С.В. Драганюк
кандидат фізико-математичних наук,
викладач кафедри алгебри та геометрії,
ДЗ «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського», м.Одеса
olachepok@ukr.net

ТЕОРІЯ ГРУП ЯК ОДНА З ОСНОВНИХ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН ПРИ ВИВЧЕННІ АЛГЕБРИ У ВНЗ

Елементи теорії груп – один з основних розділів сучасної математики, який входить у курси лінійної та вищої алгебри для студентів педагогічних спеціальностей за напрямом підготовки «Математика».

Теорія груп має три історичних кореня: теорія алгебраїчних рівнянь, теорія чисел і геометрія. Таким чином одним із джерел була задача про розв’язання алгебраїчних рівнянь степеня $n \geq 5$ у радикалах.

Поряд із багатьма іншими, розв’язанням цієї проблеми займалися такі видатні математики, як П’єр Лагранж, Руффіні, Нільс Абель, Еварист Галуа.

З робіт П. Лагранжа стало ясно, що розв’язання таких рівнянь пов’зане з групами підстановок. Саме ж поняття групи, нормального дільника та багатьох інших теоретико-групових понять було введено Е. Галуа. З іншого боку в XIX ст. на зміну єдиній евклідовій геометрії з’явилися кілька зовсім нових геометричних теорій. Таких, як геометрії М. Лобачевського та Б. Рімана.

Зв’язок та спорідненість між ними був встановлений у «Ерлангенській програмі», у якій Фелікс Клейн класифікував ці геометрії за допомогою груп перетворень.

У теорії чисел групи виникли у роботах Леонарда Ейлера про лишки, що залишаються при діленні степенів (1761р.), і Карла Гауса про композиції двоїчних квадратичних форм. Отже, спочатку елементами множини, на якій задавалася групова операція, були відображення, а саме, підстановки.

Абстрактне означення групи з’явилося в середині XIX ст. в роботах Дж. Келі та інших математиків. У цей період математики відмовилися від умови скінченності групи.

Великий внесок у теорію груп був зроблений і українськими вченими. Шанованими в світі є теоретико-групові школи Д. О. Граве, О. Ю. Шмідта, С. Н. Чернікова [1,2,3].

Переглянемо деякі поняття, які підводять до теорії груп та безпосередньо її стосуються. Відомо, що більша частина розділів, з яких складається сучасна алгебра, присвячена дослідженню множин з заданими на них алгебраїчними операціями та відношеннями. Прикладами таких теорій є теорії квазігруп, напівгруп, груп, кілець, полів, універсальних алгебр, моделей та інші.

Перед вивченням елементів теорії груп слід розглянути теорію відношень, так як відношення – це одне з найбільш поширених алгебраїчних понять. До них, зокрема, відносяться: відображення, відношення еквівалентності.

Ясно, що будь-яка алгебраїчна операція є також відображенням. При вивченні теорії груп слід обмежитися бінарними алгебраїчними операціями.

У тому, що відображення є алгебраїчною операцією, можна переконатися, перевіривши кілька умов. Множина з визначеною на ній бінарною алгебраїчною операцією називається групоїдом. Клас групоїдів занадто широкий для вивчення, тому його розбивають на підкласи. При цьому на алгебраїчну операцію накладають додаткові умови, які називають алгебраїчними законами, або аксіомами. Основними з них є комутативність, асоціативність, оборотність, існування нейтрального і симетричного елементів. Крім того, зрозуміло, що всі ці аксіоми не повинні виконуватися для будь-якої алгебраїчної операції. Так, операція множення матриць некомутативна, некомутативною є і композиція відображень.

У залежності від накладених на операції аксіом, отримують ті чи інші алгебраїчні структури. Вивчення кожної з них утворює самостійну алгебраїчну теорію. Багато з цих теорій стрімко розвиваються і в наш час. При цьому розширюється область їх застосувань у математиці, фізиці та в інших науках і сферах діяльності.

Не тільки елементи груп можуть мати різну природу, але й самі групи можуть мати багато відмінних алгебраїчних властивостей, зокрема, стосовно їх комутативності, скінченності або періодичності.

Скінчені абелеві групи описуються за допомогою так званих циклічних груп.

Міру схожості або співпадання алгебраїчних властивостей груп визначають за допомогою деяких спеціальних відображень однієї групи у іншу, які називаються гомоморфізмом і ізоморфізмом груп .

Знання теорії груп є доброю базою для вивчення інших алгебраїчних теорій, зокрема, теорії кілець та полів, конгруенцій, многочленів, кілець многочленів, та довільних універсальних алгебр. [1, 3].

Література

1. Ленг С. Алгебра/С. Ленг. – М.: Мир, 1968. – 564 с.
2. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры. 3-е изд./А. И. Мальцев – М.: Наука,1970.– 400с.
3. Мальцев А. И. Алгебраические системы/ А. И. Мальцев – М: Наука, 1970.
4. Холл М. Теорія групп/ М. Холл, – М.: Наука, 1962.

Анотація. Драганюк С. В. Теорія груп як одна з основних математичних дисциплін при вивченні алгебри у ВНЗ. *Елементи теорії груп мають бути одним з перших курсів, який опановують студенти математичних спеціальностей педагогічних ВНЗ.*

Ключові слова: т*еорія груп, алгебраїчна система, бінарна алгебраїчна операція, групоїд.*

Аннотация. Драганюк С. В. Теория групп как одна из основних математических дисциплин при изучении алгебры в ВУЗах. *Элементы теории групп должны быть одним из первых курсов, которым овладевают студенты математических специальностей педагогических ВУЗов.*

Ключевые слова: *теория групп, алгебраическая система, бинарная алгебраическая операция, группоид.*

Summary. Draganuk S. V. The theory of groups as one of the basic mathematical subjects in the study of algebra in the universities. *The elements of group theory must be one of the first courses for the students of mathematical specialities of pedagogical universities.*

Key words: *theory of groups, algebraic system, binary algebraic operation, groupoid.*